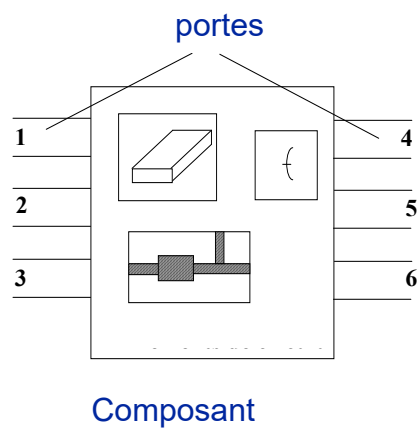
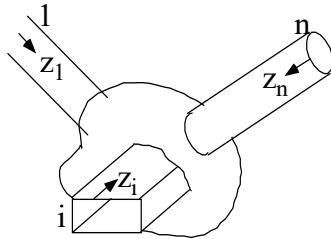


Caractérisation des circuits

Composants microondes



Plans de références



On définit un axe de coordonnées z_i sur chaque ligne de transmission menant à une porte. L'origine de cet axe est situé sur le plan de référence de la porte i .

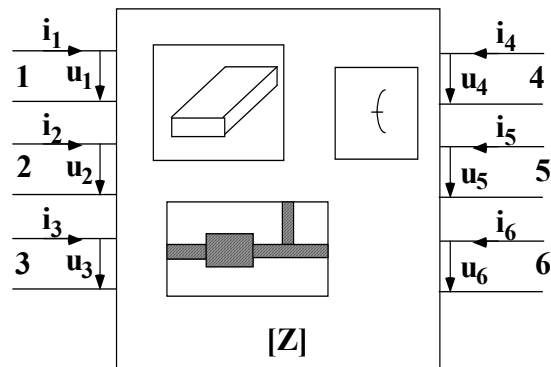
Hypothèses :

- Les lignes sont sans pertes
- Seul le mode dominant se propage sur chaque ligne.
- La porte est situé à distance suffisante des discontinuités pour assurer que les modes supérieurs sont atténués.

Modèles à disposition

- Kirchhoff
 - Les courants et tensions ne sont pas définis de manière univoque pour un mode non-TEM
 - Bien connu de la théorie des circuits basse fréquence
 - Pas très bien adapté à une approche système
- Matrice de répartition (Paramètres S)
 - Basé sur les signaux et les puissances
 - Bien adapté aux microondes et circuits distribués
 - Peu utilisé en basse fréquence
 - Bien adapté à une approche système

Modèle de Kirchhoff

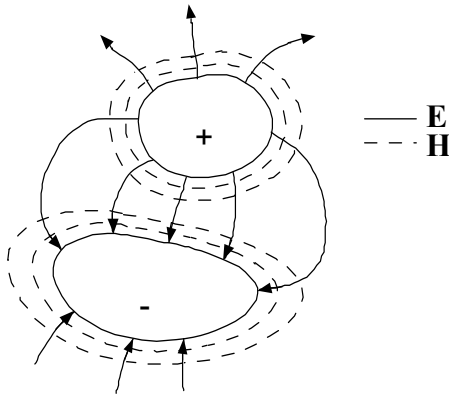


Courant, tension et impédances

Courant, tension et impédances

- Utilisation facile
- Les courants et tensions sont difficiles à mesurer en haute fréquence
- Le courant et la tension ne sont pas toujours définis de manière univoque

Exemple : Ligne TEM



$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

$$V = \int_+^- \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$I = \oint_{C+} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$$

Impédance caractéristique

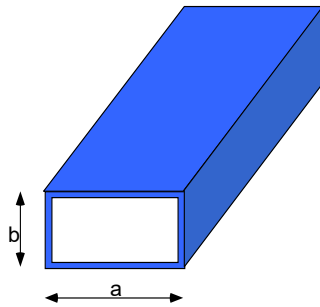
$$Z_c = \frac{V}{I} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Exemple : ligne TEM

- Définition univoque du courant et de la tension
- Les champs sont identiques aux champs statiques
- Fréquence de coupure nulle
- Nécessite au moins deux conducteurs distincts

Ligne non-TEM : Le guide rectangulaire

$$\mathbf{E} = -\nabla V - j\omega\mu\mathbf{A}$$



Exemple : mode TE₁₀ d'un guide rectangulaire

$$E_y(x, y, z) = E_0 \frac{j\omega\mu a}{\pi} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} = E_0 e_y(x, y) e^{-j\beta z}$$

$$H_x(x, y, z) = E_0 \frac{j\beta a}{\pi} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} = E_0 h_x(x, y) e^{-j\beta z}$$

donc

$$V = E_0 \frac{-j\omega\mu a}{\pi} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \int_y dy$$

Définition du courant et de la tension pour une ligne non TEM

- Définis pour chaque mode
- La tension est proportionnelle à l'amplitude du champ électrique transverse.
- Le courant est proportionnel à l'amplitude du champ magnétique transverse.
- L'impédance caractéristique est égale à U/I . On choisit le fait que cette impédance soit égale à l'impédance d'onde
- On décide que le flux de puissance soit donné par le produit de la tension par le complexe conjugué du courant.

Ligne arbitraire

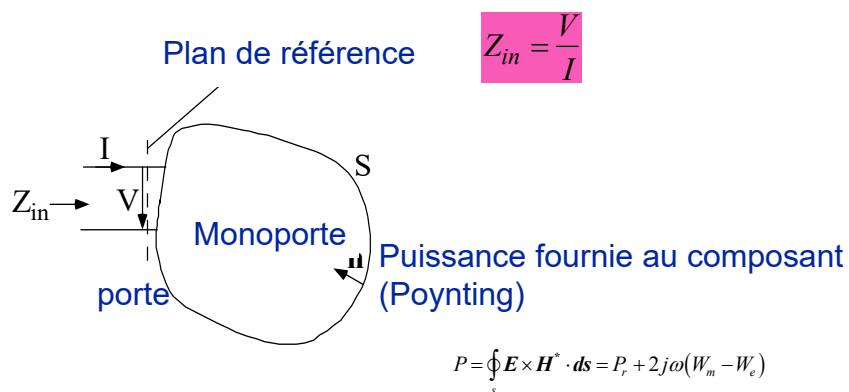
$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_t(x, y, z) &= \mathbf{e}_t(x, y) \left(E_o^+ e^{-j\beta z} + E_o^- e^{j\beta z} \right) & V(z) &= V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z} \\
 &= \frac{\mathbf{e}_t(x, y)}{C_1} \left(V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z} \right) & I(z) &= I^+ e^{-j\beta z} - I^- e^{j\beta z} \\
 \mathbf{H}_t(x, y, z) &= \mathbf{h}_t(x, y) \left(E_o^+ e^{-j\beta z} - E_o^- e^{j\beta z} \right) & Z_c &= \frac{V^+}{I^+} = \frac{V^-}{I^-} = \frac{C_1 E_o^+}{C_2 E_o^-} = \frac{C_1}{C_2} \\
 &= \frac{\mathbf{h}_t(x, y)}{C_2} \left(I^+ e^{-j\beta z} - I^- e^{j\beta z} \right) & & \\
 & & \frac{C_1}{C_2} &= Z_{\text{mod}}
 \end{aligned}$$

Différentes impédances

- Impédance du milieu: $Z_o = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$
- Impédance d'onde: $Z_{\text{mod}} = \frac{|\mathbf{E}_t|}{|\mathbf{H}_t|}$
- Impédance caractéristique d'une ligne: $Z_c = \frac{V^+}{I^+} = \frac{V^-}{I^-} = \sqrt{\frac{L}{C}}$
- Matrice d'impédance d'un circuit

Matrice d'impédance

élément monoporte



élément monoporte

Tension et courant:

$$\mathbf{E}_t(x, y, z) = V(z) \frac{\mathbf{e}_t(x, y)}{C_1} e^{-j\beta z}$$

$$\mathbf{H}_t(x, y, z) = I(z) \frac{\mathbf{h}_t(x, y)}{C_2} e^{-j\beta z}$$

avec $\frac{1}{C_1 C_2} \int_S \mathbf{e}_t \times \mathbf{h}_t \cdot d\mathbf{s} = 1$ donc $P = \frac{1}{C_1 C_2} \int_S V I^* \mathbf{e}_t \times \mathbf{h}_t \cdot d\mathbf{s} = V I^*$

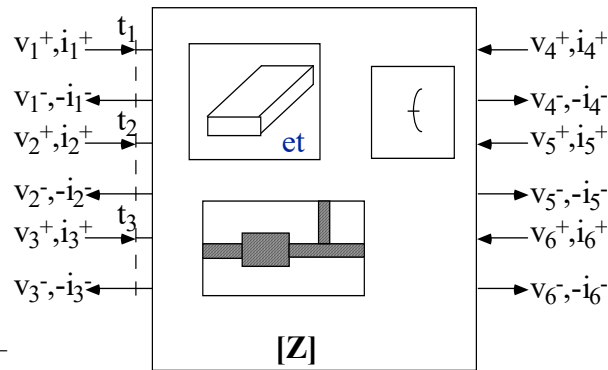
et

$$\begin{aligned} Z_{in} = R + jX &= \frac{V}{I} = \frac{V I^*}{|I|^2} = \frac{P}{|I|^2} \\ &= \frac{(P_r + 2j\omega(W_m - W_e))}{|I|^2} \end{aligned}$$

élément monoporte

- R est proportionnel à la puissance réelle dissipée dans le système (pertes)
- X est proportionnel à l'énergie réactive moyenne stockée dans le système

Matrice d'impédance et d'admittance



$$V_n = V_n^+ + V_n^-$$

$$I_n = I_n^+ - I_n^- \quad \text{A chaque porte } t_i$$

Matrice d'impédance et d'admittance

$$\begin{aligned} [V] &= [Z][I] \\ [I] &= [Y][V] \end{aligned}$$

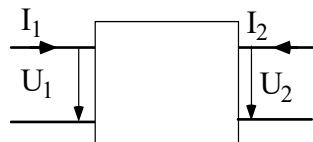
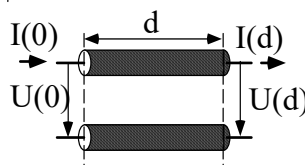
$$\begin{aligned} Z_{ij} &= \left. \frac{V_i}{I_j} \right|_{I_k=0 \text{ pour } k \neq j} \\ Y_{ij} &= \left. \frac{I_i}{V_j} \right|_{V_k=0 \text{ pour } k \neq j} \end{aligned}$$

- La matrice d'impédance est obtenue en circuit ouvert
- La matrice d'admittance est obtenue en court-circuit

Propriétés des matrices d'impédance et d'admittance

- Réciprocité : $Y_{ij} = Y_{ji}$
 $Z_{ij} = Z_{ji}$
- Circuit sans pertes: $\operatorname{Re}\{Z_{mn}\} = 0$

Exemple : Ligne de transmission



$$U_1 = U(0), I_1 = I(0),$$

$$U_2 = U(d), I_2 = -I(d)$$

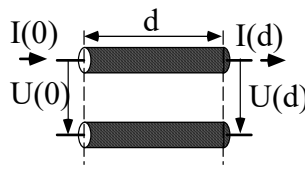
$$U(z) = U_+ e^{-\gamma z} + U_- e^{+\gamma z}$$

$$I(z) = I_+ e^{-\gamma z} + I_- e^{+\gamma z}$$

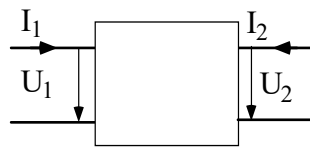
$$U(0) = U_+ + U_- \quad U(d) = U_+ e^{-\gamma d} + U_- e^{+\gamma d}$$

$$I(0) = I_+ + I_- \quad I(d) = I_+ e^{-\gamma d} + I_- e^{+\gamma d}$$

Exemple : Ligne de transmission



$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

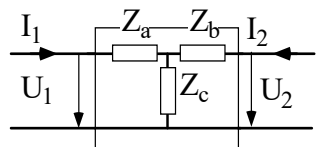
$$= Z_c \begin{bmatrix} \coth(\gamma d) & \frac{1}{\sinh(\gamma d)} \\ \frac{1}{\sinh(\gamma d)} & \coth(\gamma d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$


$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$$= Y_c \begin{bmatrix} \coth(\gamma d) & \frac{-1}{\sinh(\gamma d)} \\ \frac{-1}{\sinh(\gamma d)} & \coth(\gamma d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

21 A. Skriverik, MAG

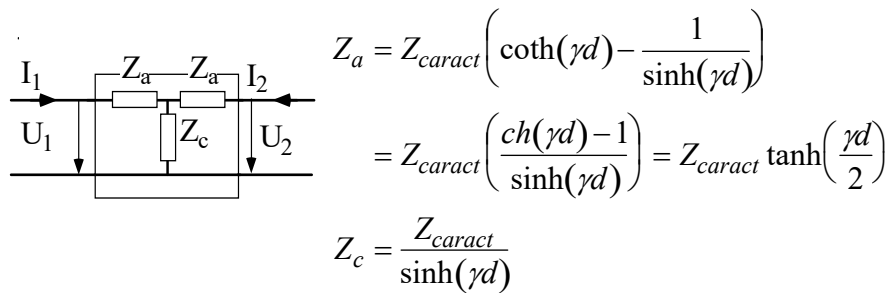
Circuit équivalent T d'un biporte

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix}$$


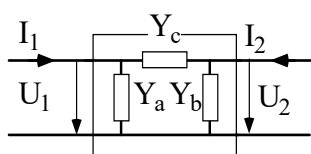
$$\begin{aligned} Z_a &= Z_{11} - Z_{12} \\ Z_b &= Z_{22} - Z_{12} \\ Z_c &= Z_{12} \end{aligned}$$

22 A. Skriverik, MAG

Circuit équivalent T d'un biporte

Circuit équivalent Π d'un biporte

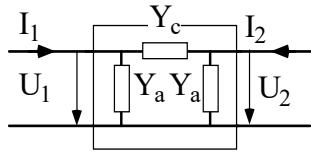
$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12} & Y_{22} \end{bmatrix}$$



$$Y_a = Y_{11} + Y_{12}$$

$$Y_b = Y_{22} + Y_{12}$$

$$Y_c = -Y_{12}$$

Circuit équivalent Π d'un biporte

$$Y_a = Y_{caract} \left(\coth(\gamma d) - \frac{1}{\sinh(\gamma d)} \right)$$

$$= Y_{caract} \left(\frac{ch(\gamma d) - 1}{\sinh(\gamma d)} \right) = Y_{caract} \tanh\left(\frac{\gamma d}{2}\right)$$

$$Y_c = \frac{Y_{caract}}{\sinh(\gamma z)}$$

Matrice de répartition (paramètres S)

Amplitudes complexes normalisées

Amplitudes complexes normalisées

$$a_i = \frac{v_i + Z_{ci} i_i}{2\sqrt{Z_{ci}}} \quad , \quad b_i = \frac{v_i - Z_{ci} i_i}{2\sqrt{Z_{ci}}} \quad [W^{1/2}]$$

Relation inverse

$$v_i = \sqrt{Z_{ci}}(a_i + b_i) \quad , \quad i_i = \frac{(a_i - b_i)}{\sqrt{Z_{ci}}}$$

Amplitudes complexes normalisées : propriétés

Lignes de transmission

$$\begin{aligned} v_i &= v_i^+ e^{-j\beta z} + v_i^- e^{+j\beta z} \\ i_i &= i_i^+ e^{-j\beta z} + i_i^- e^{+j\beta z} \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} a_i &= \frac{v_i^+}{\sqrt{Z_{ci}}} e^{-j\beta z} \\ b_i &= \frac{v_i^-}{\sqrt{Z_{ci}}} e^{+j\beta z} \end{aligned}$$

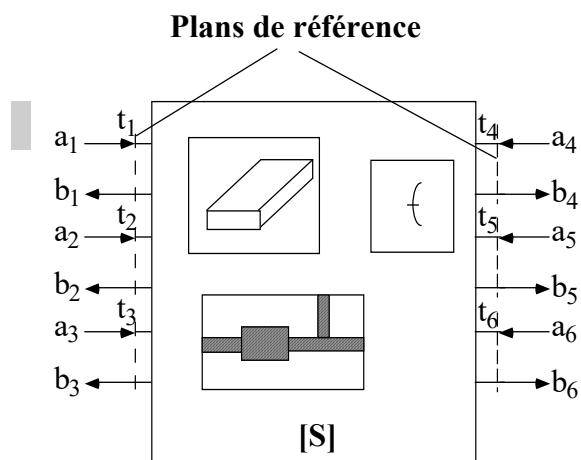
a_i : Onde progressive
 b_i : Onde retrograde

Puissance à une porte

$$P_i = \operatorname{Re}[v_i i_i^*] = \operatorname{Re}[(a_i + b_i)(a_i^* - b_i^*)] = |a_i|^2 - |b_i|^2$$

$|a_i|^2$: puissance entrant dans la porte i
 $|b_i|^2$: Puissance sortant de la porte i

Modèle en signal



$$[b] = [S][a]$$

$$s_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_k=0, k \neq j}$$

Matrice de répartition: définition

Amplitudes complexes normalisées

Relation inverse

$$a_i = \frac{v_i + Z_{ci}i_i}{2\sqrt{Z_{ci}}} \quad , \quad b_i = \frac{v_i - Z_{ci}i_i}{2\sqrt{Z_{ci}}} \quad v_i = \sqrt{Z_{ci}}(a_i + b_i) \quad , \quad i_i = \frac{(a_i - b_i)}{\sqrt{Z_{ci}}}$$

Matrice de répartition

$$[b] = [S][a] \quad s_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_k=0, \quad k \neq j}$$

Modèle en signal

- Avantages :
 - Les signaux sont liés à la puissance et donc mesurables
 - Adapté à une approche système (fonctions de transfert)
- Inconvénients :
 - Peu utilisé en basse fréquence

Matrice de répartition: propriétés

- S_{ij} : fonction de transfert de la porte j à la porte i
- Dépend du composant et de ses propriétés
- Dépend aussi de l'impédance caractéristique de référence de la porte
- Changer les lignes de transmission connectant le circuit et donc le port change le paramètre S
- La matrice de répartition est obtenue en condition de charge adaptées

Reciprocité

Circuit passif, linéaire et isotrope



Le circuit est réciproque



$$Z_{ij} = Z_{ji}$$



$$S_{ij} = S_{ji}$$

Circuit sans pertes

$$\sum |a_i|^2 = \sum |b_i|^2 \longrightarrow [\tilde{a}][a] - [\tilde{b}][b] = 0 \quad \text{Avec } [\tilde{a}] = [a^*]^t$$

De plus

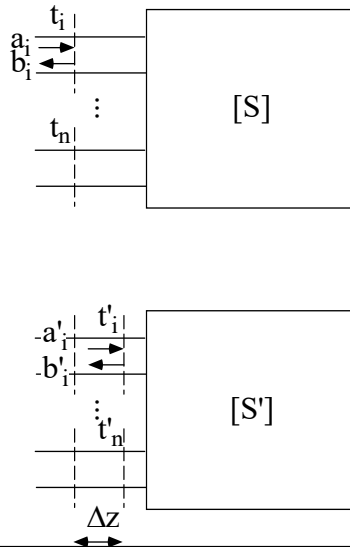
$$\begin{aligned} [b] &= [S][a] \\ [\tilde{b}] &= [\tilde{a}][\tilde{S}] \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} [\tilde{a}][a] - [\tilde{a}][\tilde{S}][S][a] &= 0 \\ [\tilde{a}]\{[1] - [\tilde{S}][S]\}[a] &= 0 \\ [\tilde{S}][S] &= [1] \end{aligned} \longrightarrow$$

$$\sum_{i=1}^N s_{ij}^* s_{ik} = \delta_{jk} \quad \delta_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{si } j = k \\ 0 & \text{si } j \neq k \end{cases}$$

Circuit adapté

$$S_{ii} = 0$$

Changement de pan de référence



37 A. Skrivenik, MAG

Changement de pan de référence

$$a'_i = a_i e^{-j\varphi_i}$$

$$b'_i = b_i e^{j\varphi_i}$$

$$\varphi_i = -\beta_i \Delta z_i$$

donc

$$s'_{ii} = s_{ii} e^{j2\varphi_i}$$

Et en général

$$[a] = [\text{diag } e^{j\varphi}] [a']$$

$$[a'] = [\text{diag } e^{-j\varphi}] [a]$$

$$[b] = [\text{diag } e^{-j\varphi}] [b']$$

$$[b'] = [\text{diag } e^{j\varphi}] [b]$$

$$[\text{diag } e^{j\varphi}] = \begin{bmatrix} e^{j\varphi_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\varphi_2} & & \vdots \\ \vdots & & & \\ 0 & \dots & & e^{j\varphi_n} \end{bmatrix}$$

38 A. Skrivenik, MAG

Changement de pan de référence

$$[b'] = \begin{bmatrix} \text{diag } e^{j\varphi} \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} \text{diag } e^{j\varphi} \end{bmatrix} [a']$$

$$[S'] = \begin{bmatrix} \text{diag } e^{j\varphi} \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} \text{diag } e^{j\varphi} \end{bmatrix}$$

$$s'_{ij} = s_{ij} e^{j(\varphi_i + \varphi_j)}$$

Circuits passifs circuits : Propriétés à vérifier

1. Linéarité
2. Réciprocité
3. Présence de pertes
4. Adaptation
5. Symétrie

$$[S] \rightarrow [Z]$$

$$\begin{aligned} \underline{b} &= [S] \underline{a} & \underline{a}_i &= (\underline{U}_i + Zc_i \underline{l}_i) / 2\sqrt{Zc_i} & \underline{U}_i &= \sqrt{Zc_i} (\underline{a}_i + \underline{b}_i) \\ \underline{U} &= [Z] \underline{l} & \underline{b}_i &= (\underline{U}_i - Zc_i \underline{l}_i) / 2\sqrt{Zc_i} & \underline{l}_i &= (\underline{a}_i - \underline{b}_i) / \sqrt{Zc_i} \end{aligned}$$

On définit deux matrices auxiliaires

$$[G] = [\text{diag}(Zc_i)]$$

$$[F] = [\text{diag}(1/2\sqrt{Zc_i})]$$

Et on peut écrire

$$\begin{aligned} \underline{a} &= [F] \{ \underline{U} + [G] \underline{l} \} \\ \underline{b} &= [F] \{ \underline{U} - [G] \underline{l} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\underline{a} + \underline{b}) &= 2 [F] \underline{U} \\ (\underline{a} - \underline{b}) &= 2 [F] [G] \underline{l} \end{aligned}$$

$$[S] \rightarrow [Z]$$

$$\underline{a} = [F] \{ \underline{U} + [G] \underline{l} \} \rightarrow \underline{a} = [F] \{ [\underline{Z}] + [G] \} \underline{l}$$

$$\rightarrow \underline{l} = \{ [\underline{Z}] + [G] \}^{-1} [F]^{-1} \underline{a}$$

$$\underline{b} = [F] \{ \underline{U} - [G] \underline{l} \} \rightarrow \underline{b} = [F] \{ [\underline{Z}] - [G] \} \underline{l}$$

$$\rightarrow \underline{b} = [F] \{ [\underline{Z}] - [G] \} \{ [\underline{Z}] + [G] \}^{-1} [F]^{-1} \underline{a} = [S] \underline{a}$$

$$\text{Thus: } [S] = [F] \{ [\underline{Z}] - [G] \} \{ [\underline{Z}] + [G] \}^{-1} [F]^{-1}$$

A une dimension, on obtient $p = S_{11} = (\underline{Z}_t - Z_c) / (\underline{Z}_t + Z_c)$

$[Z] \rightarrow [S]$

$$([a] + [b]) = 2 [F] [U] \rightarrow [U] = (2 [F])^{-1}([a] + [b]) = (2 [F])^{-1}([1] + [S]) [a]$$

$$([a] - [b]) = 2 [F] [G] [I] = ([1] - [S]) [a] \rightarrow [a] = ([1] - [S])^{-1} 2 [F] [G] [I]$$

En regroupant, on obtient:

$$[U] = (2 [F])^{-1}([1] + [S]) ([1] - [S])^{-1} 2 [F] [G] [I] = [Z] [I]$$

Et on en tire: $[Z] = ([F])^{-1}([1] + [S]) ([1] - [S])^{-1} [F] [G]$

Pour un monoporte, on obtient

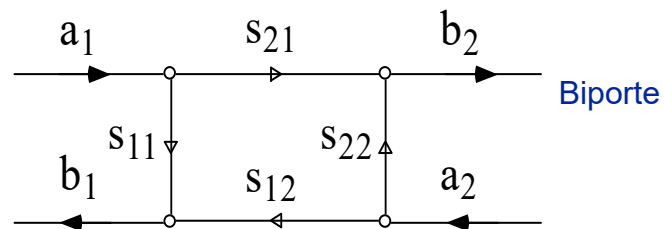
$$\underline{Z}_t = Z_c(1 + \underline{\Gamma})/(1 - \underline{\Gamma})$$

Graphes de fluence

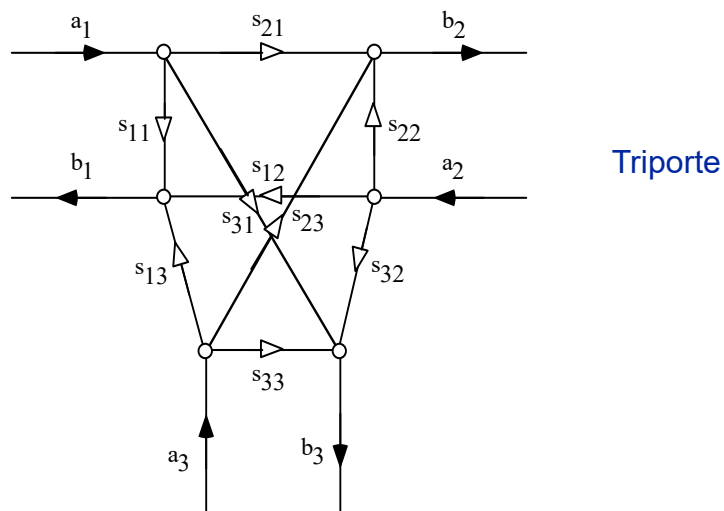
Les paramètres S (en réflexion ou en transmission) sont représentés par une flèche



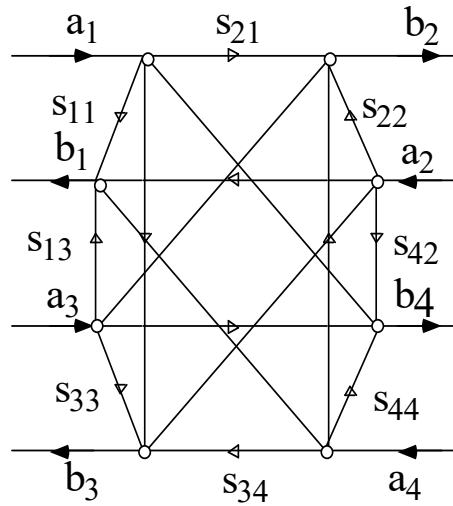
Graphes de fluence



Graphes de fluence



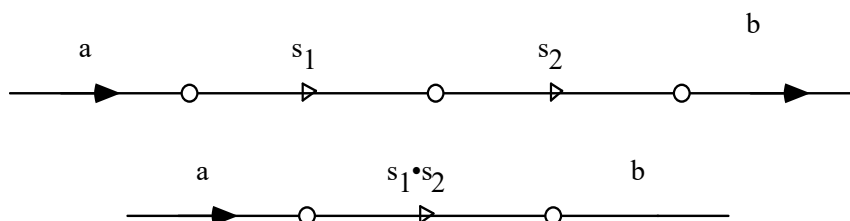
Graphes de fluence



Quadriporte

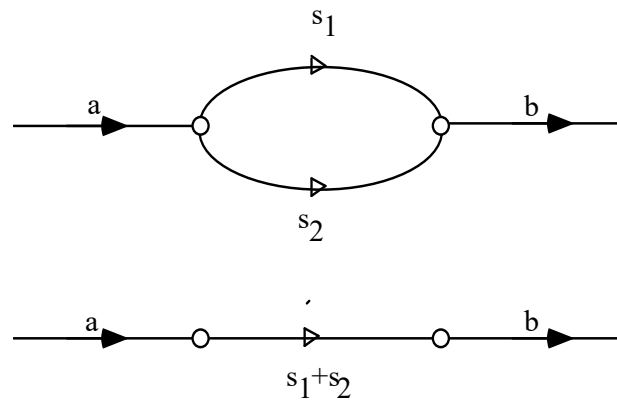
Règles de réduction des graphes de fluence

1) multiplication



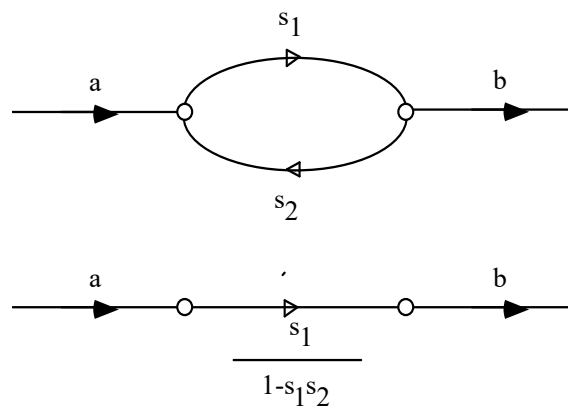
Règles de réduction des graphes de fluence

2) addition

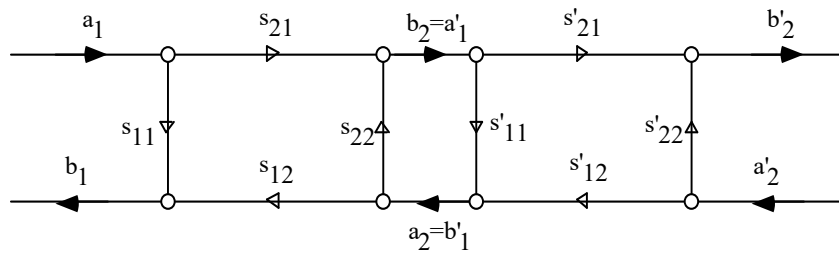


Règles de réduction des graphes de fluence

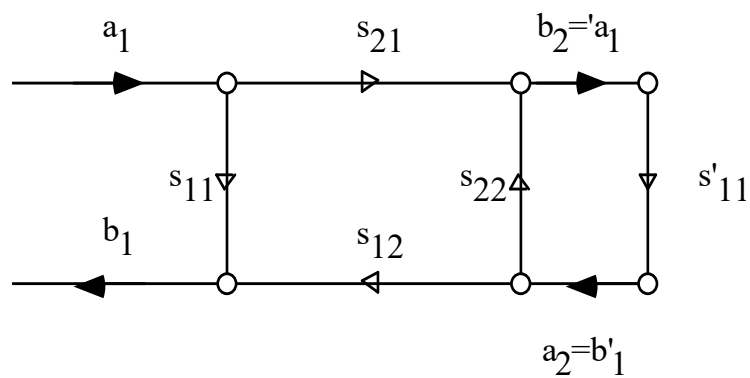
3) rétroaction



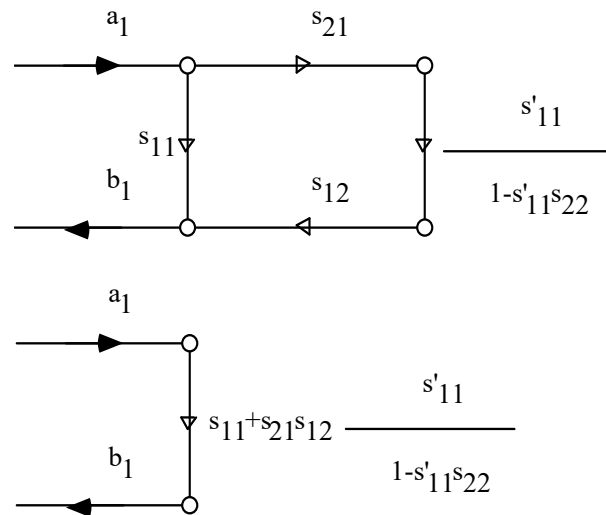
Exemple



Exemple

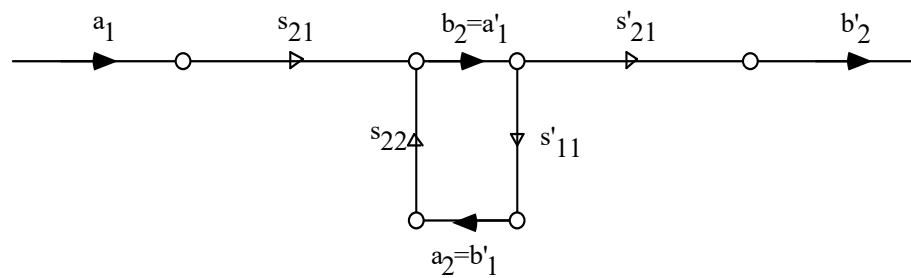


Exemple



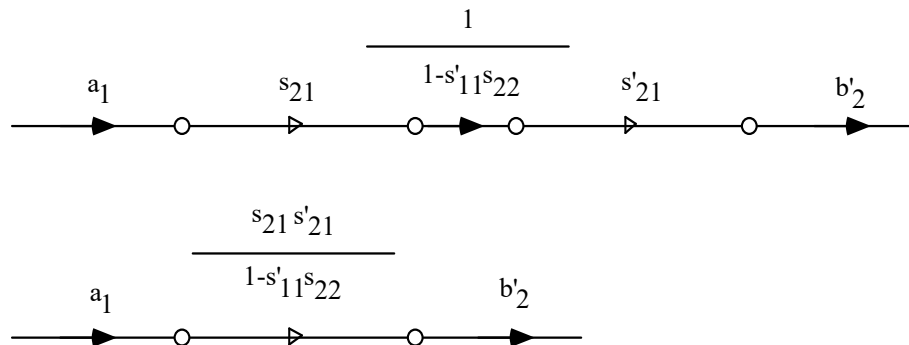
53 A. Skrivenik, MAG

Exemple

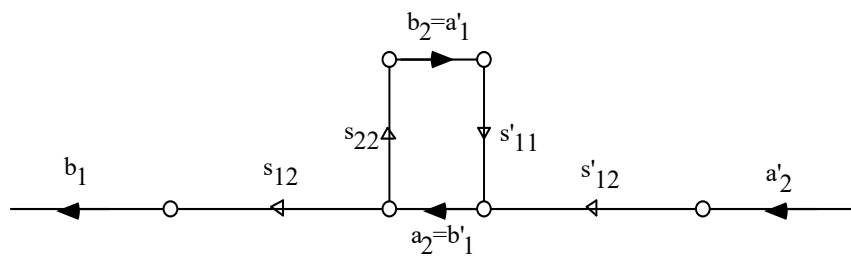


54 A. Skrivenik, MAG

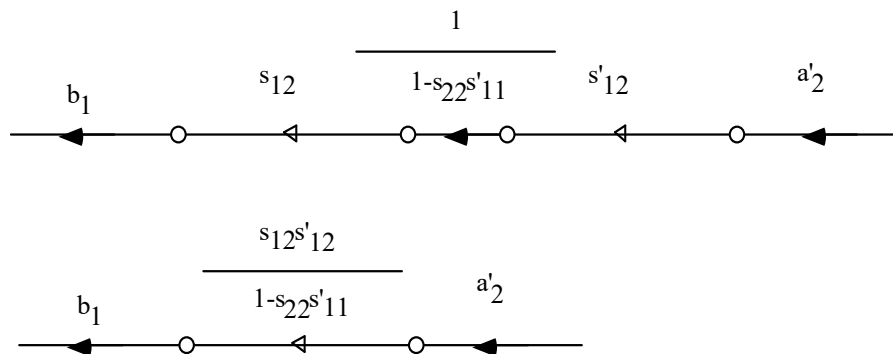
Exemple



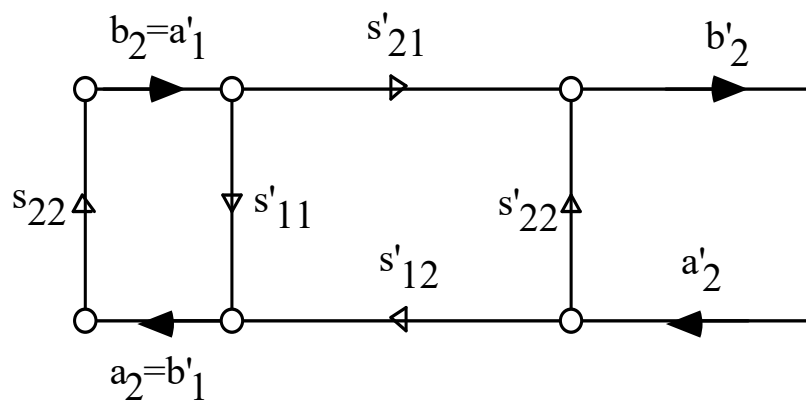
Exemple



Exemple



Exemple



Exemple

